

# آمار استنباطی

نشر روان آموز

همراه با سوالات طبقه بندی شده کنکور ارشد و دکتری سراسری سال های ۸۵ تا ۹۵ با پاسخ تشریحی

و مثال های داخل فصل برای فهم بهتر مطلب

مؤلف: فاطمه ابراهیمی

رتبه ۱ ارشد روانشناسی بالینی سراسری و رتبه ۲ دکتری مجموعه روانشناسی سراسری

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## مقدمه مولف

مجموعه ای که پیش رو دارید، چیزی است که کنکور روانشناسی تا به امروز به تولدش امیدوار بود. به همین دلیل میخواهم آن را استثنایی در بحث آمار بدانم زیرا که تمام سعی من بر آن بود که نکته ای دور از صفحات این جزوه و دور از ذهن شما نماند تا بتوانید برای اولین بار نگرشی دوستانه به آمار بیابید و در جلسه ی کنکور با شوق به سوالات آن پاسخ بگویید. همان طور که می دانید ، آمار چه در سطح کنکور کارشناسی ارشد و چه دکترا در سال های اخیر دچار تحولات عظیمی شده است به گونه ای که دیگر نمیتوانیم به داوطلبان بگوییم ضعف خود را در آمار با خواندن روش تحقیق جبران کنند، زیرا تست ها در این مباحث برابری می کند. به همین منظور مجموعه مباحث کامل آمار را در دو بخش جداگانه ی آمار توصیفی و احتمالات و آمار استنباطی به صورت مکمل تهیه کرده ایم و مطالب از سطح پایه تا پیشرفته بیان شده است. لازم به تذکر است که برای دوستانی که جزوه را تهیه می کنند یک کد اختصاصی ارسال می شود که از طریق این کد میتوانند سوالات آمارشان را از طریق ایمیل از نویسنده ی جزوه بپرسند و پاسخ ها را در آخرین روز هفته دریافت کنند. هر کد مخصوص یک نفر است. در ضمن دوستانی که نیاز به تدریس خصوصی آمار و روش تحقیق دارند می توانند به مولف ایمیل بزنند.

فاطمه ابراهیمی

رتبه ۱ کارشناسی ارشد روانشناسی بالینی و رتبه ۲ دکتری مجموعه روانشناسی

*Fateme.ebrahimi@ut.ac.ir*

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۶۵۶۴-۲-۴

این اثر مشمول قانون حمایت مولفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مولف نشر یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت

فصل ۱- نمونه گیری و توزیع های نمونه گیری .....	۵
فصل ۲- آزمون های آماری و مفروضه های آن ها.....	۳۷
فصل ۳- آزمون T و Z.....	۴۲
فصل ۴- تحلیل واریانس و مانووا.....	۶۲
فصل ۵- تحلیل کوواریانس.....	۹۲
فصل ۶- رگرسیون.....	۹۹
فصل ۷- تحلیل عاملی و مدل یابی معادلات ساختاری.....	۱۱۵
فصل ۸- طرح بلوکی و مربع لاتین.....	۱۲۹
فصل ۹- آزمون های ناپارامتریک.....	۱۳۳
فصل ۱۰- مروری بر روان سنجی.....	۱۴۹

نام اثر روی جلد، دختری با گوشواره مروارید، از آثار برجسته نقاش هلندی یوهانس فرمیر (۱۶۷۵ - ۱۶۳۲ میلادی) است، ماریو کینگلمن با استفاده از نمودارهای دایره ای که میزان فراوانی نسبی رنگ در بخش های مختلف نقاشی را نشان می دهد، آمار را با هنر تلفیق کرده و با بخشیدن جانی دوباره به نقاشی فرمیر، اثری هنری-آماري خلق کرده است.

## فصل اول

### نمونه گیری و توزیع های نمونه گیری

فهرست موضوعی:

- کاربردهای آمار استنباطی
- برآورد و انواع آن
- توزیع های نمونه گیری
- خطای استاندارد نمونه گیری
- تخمین فاصله اطمینان
- فرضیه آزمایی
- انواع خطا در فرضیه آزمایی
- توان آزمون
- آزمون های یک سویه و دو سویه

## □ آمار استنباطی

در این نوع آمار، محقق با استفاده از مقادیر نمونه آماره ها را محاسبه می کند سپس به کمک تخمین و آزمون فرض آماری، نتایج به دست آمده از آماره ها را به پارامترهای جامعه تعمیم می دهد ( به زبان ساده آمار استنباطی میخواد از طریق نمونه ویژگی های جامعه رو بفهمه. مثلا شما نمی تونین میانگین درآمد کل روانشناس ها رو به راحتی بفهمید اما میتونید از طریق نمونه گیری میانگین درآمد کل روانشناسا رو استنباط کنید 😊 )

ویژگی های جامعه: پارامتر

ویژگی های نمونه: آماره

آمار استنباطی دو حیطة ی بهم مرتبط دارد:

- برآورد

- آزمون فرضیه

## □ برآورد:

مهم ترین تکلیف آمار استنباطی "برآورد" است.

✓ برآورد: تخمین ویژگی های جامعه از روی نمونه است

✓ در نتیجه، برآورد، تخمین پارامتر از روی آماره است.

دو نوع برآورد عبارتند از: نقطه ای و فاصله ای

نقطه ای: به محاسبه مستقیم پارامتر از روی آماره و عدم ارائه اطلاعاتی درباره ی خطا گفته می شود (به عدد میگو، کاری به حدود و اینا نداره)

فاصله ای: به محاسبه ی پارامتر از روی آماره در یک فاصله که به "فاصله ی اطمینان" معروف است ، گفته می شود. در این حالت مقدار خطا به وضوح بیان می شود. مثلا ما میگوییم با خطای ۵ درصد، میانگین این جامعه در فاصله ی ۴۵ تا ۵۵ قرار می گیرد.

ویژگی های برآورد عبارتند از: بدون اریب، با ثبات، کارا، مکفی

اریب: برآوردگری بدون اریب است که گرایش نظام دار برای تفاوت با پارامتر جامعه، نداشته باشد، یعنی اگر تفاوتی هم وجود داشت، تصادفی باشد (منظورش از نظام دار اینه که مثلا همیشه میانگین نمونه ها بیشتر یا کمتر از میانگین جامعه نشه 😊)

واریانس، برآوردگر اریب دار است (میتونید بگید واریانس جامعه از نمونه معمولا بیشتر میشه یا کمتر؟ راهنمایی: توی مخرج واریانس نمونه  $n$  رو منهای یک میکنیم) و میانگین برآوردگر بدون اریب است.

ثبات: اگر با افزایش حجم نمونه ، مقدار برآوردگر به پارامتر واقعی جامعه نزدیک شود، ثبات دارد. کلیه شاخص های آماری ویژگی ثبات را دارند.

کارایی: مرتبط با واریانس نمونه گیری است. برآوردی کاراتر است که واریانس کم تری داشته باشد و بدون اتلاف اطلاعات ، بهترین نتیجه را بدست دهد.

کفایت: برآورد زمانی مکفی است که واریانس نمونه گیری ( $s^2$ ) کوچکتر از روش دیگر باشد. هرچه بر آورد کاراتر باشد، مکفی تر است.

### ▪ نمونه گیری

اساس نظریه های آمار استنباطی نمونه گیری تصادفی هستند. قدرت استنباط تحت تاثیر روش نمونه گیری قرار دارد. نمونه از چهارچوب نمونه گیری استخراج می شود و باید معرف جامعه باشد.

### شرط معرف بودن نمونه:

(۱) تحلیل توان آماری: حجم نمونه به گونه ای انتخاب شود که توان آماری زیر ۰/۸ نیاید.

(۲) حجم نمونه کافی باشد:

تعداد نمونه ی لازم بسته به آن که صحبت درمورد برآورد  $\mu$  و  $\rho$  باشد متفاوت است.

❶ اگر استنباط در مورد  $\mu$  باشد:

$$n = \frac{\delta^2 \cdot z_{\alpha}^2}{e^2}$$

مثال: انحراف معیار رشد کاری کارمندان ۱۰ نمره است. اندازه نمونه چقدر انتخاب شود تا میانگین رشد کاری کارمندان باعث با دقت

برآورد ۲ نمره بر سطح خطای ۵ درصدی قرار گیرد؟

پاسخ:

$$n = \frac{\delta^2 \cdot z_{\alpha}^2}{e^2} = \frac{100 \times 4}{4} = 100$$

$$n = \frac{z_{\alpha}^2}{4e^2}$$

مثال: می خواهیم نسبت جامعه را با دقت  $\pm 0.04$  برآورد کنیم، بزرگترین حجم نمونه برای این تحقیق در سطح  $95\%$  چقدر است؟

$$n = \frac{z_{\alpha}^2}{4e^2} = \frac{4}{4 \frac{4^2}{100}} = \frac{1000}{16} = 62.5$$

3 از درون چهارچوب نمونه گیری، نمونه را انتخاب کنیم.

4 روش نمونه گیری تصادفی باشد.

انواع روش نمونه گیری	
ویژگی ها	روش
<p>شانس مساوی هر یک از اعضای لیست جامعه</p> <p>مشکل: تهیه لیست همه افراد مشکل است</p>	تصادفی ساده
<p>انتخاب نمونه بر اساس یک نظم از لیست جامعه</p> <p>روش انتخاب: نسبت تعداد جامعه به نمونه را محاسبه می کنیم. عددی که شماره آن در لیست مساوی یا کوچکتر از این نسبت است انتخاب می کنیم و نفرات بعدی را به ترتیب با اضافه کردن این نسبت به دست می آوریم (مثلا اگر نسبت 20 باشد، نفر بیستم، نفر چهلم و الی آخر)</p> <p>مشکل: انتخاب هر عضو مستقل از سایر اعضا نیست و قابل پیش بینی است</p>	منظم یا سیستماتیک



<p>جامعه را به چند گروه تقسیم و نمونه را از درون گروه ها انتخاب می کنیم</p> <p>گروه ها از درون همگن و از بیرون متفاوت هستند</p> <p>زمانی استفاده می شود که می خواهیم زیرمجموعه های جامعه به همان نسبت در نمونه هم باشند (مثلا اگر مردان دوسوم زنان هستند، در نمونه هم همین نسبت برقرار باشد)</p>	<p>طبقه ای</p>
<p>واحد نمونه گیری در اینجا گروه است نه فرد (مثلا چند مدرسه را به عنوان نمونه انتخاب می کنیم)</p> <p>گروه ها از درون ناهمگن و از بیرون همگن هستند (برعکس طبقه ای)</p> <p>زمانی که جامعه وسیع است کاربرد دارد</p>	<p>خوشه ای</p>

#### ▪ خطای نمونه گیری:

چنانچه از جامعه ای نمونه های متفاوتی را بصورت تصادفی انتخاب کنیم ملاحظه خواهیم کرد که همه آنها دارای ویژگیهای یکسانی نیستند و حتی گاهی اوقات ویژگیهای آنها مشابه جامعه هم نیست، علت این امر وجود نوعی خطا به نام "خطای نمونه گیری" است.

علل خطای نمونه گیری:

(۱) اشتباه در نمونه گیری

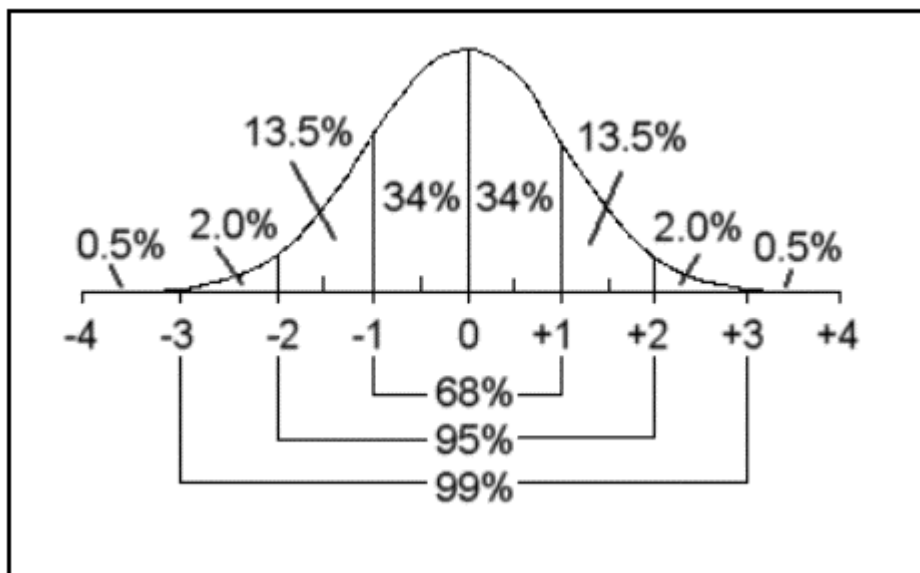
(۲) اختلافات فاحش در بین آزمودنی ها

اگر نمونه های متفاوت و نسبتا زیادی را از جامعه انتخاب کنیم و میانگین های آن ها را محاسبه کنیم، ملاحظه خواهیم کرد که میانگین های محاسبه شده با هم متفاوتند. بعضی از آنها خیلی بزرگ و برخی از آن ها خیلی کوچک و تعدادی زیادی از آنها از نظر مقداری در حد متوسطند. چرا این مساله اتفاق می افتد؟

این پدیده را می توان با استفاده از قضیه ی حد مرکزی، که خود از قانون احتمال گرفته شده است، توضیح داد. نظریه ی حد مرکزی بیان کننده ی این واقعیت است، که اگر از یک جامعه به صورت تصادفی نمونه های زیادی را با اندازه های مساوی انتخاب می کنیم و میانگین های این نمونه ها را محاسبه کنیم، توزیع این میانگین ها یک توزیع طبیعی خواهد شد و میانگین میانگین های نمونه های انتخاب شده تقریبا برابر میانگین جامعه خواهد بود ( به زبان ساده نظریه ی حد مرکزی میگه که با به گل بهار همیشه. با به نمونه

نمیتونی میانگین جامعه رو حساب کنی چون قطعاً خطا داره. اما اگه چندتا نمونه بگیری و میانگین میانگین های اونا رو حساب کنی، خیلی به میانگین واقعی جامعه نزدیک شدی 😊😊)

با توجه به ویژگی های توزیع طبیعی می دانیم ۶۸٪ درصد اطمینان بین  $+1$  و  $-1$  انحراف استاندارد از میانگین قرار میگیرد. به علاوه می دانیم که میانگین نمونه با ۹۵٪ درصد اطمینان بین  $+1.96$  و  $-1.96$  و با ۹۹٪ درصد اطمینان بین  $+2.58$  و  $-2.58$  قرار میگیرد.

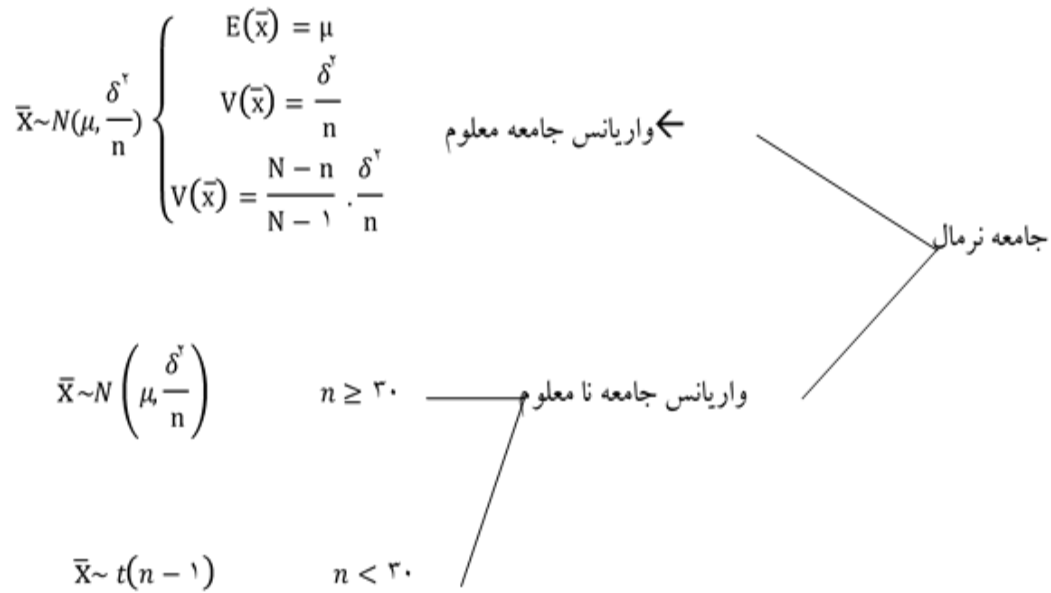


اگر یک نمونه دقیقاً مثل یا شبه جامعه باشد می توان تمام خصوصیات جامعه را از این نمونه بدست آورد ولی خطای نمونه گیری مانع از بدست آمدن این نمونه ها می شود.

درجه اطمینان وابسته به اطمینان محقق از نمونه ای است که انتخاب و اندازه گیری کرده است. قبل از این که نحوه ی محاسبه ی درجه ی اطمینان، خطای استاندارد و فاصله اطمینان را توضیح دهیم، لازم است که اطلاعاتی راجع به توزیع های نمونه گیری داشته باشیم:

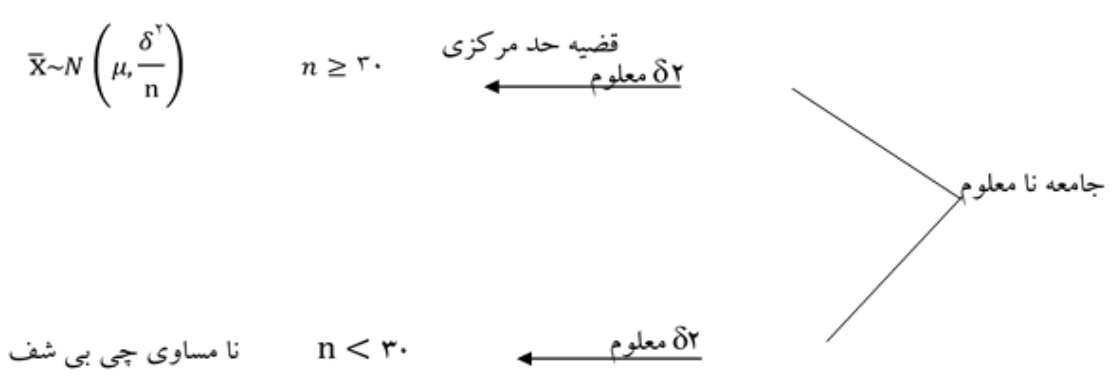
به توزیع های  $\bar{X}$ ,  $S^2$ ,  $\bar{P}$  (این سه آماره هستند) توزیع های نمونه ای گفته می شود که در ادامه به آن ها اشاره می کنیم، ابتدا توزیع  $\bar{X}$  (میانگین نمونه) را در حالات مختلف بررسی می کنیم.

اگر توزیع جامعه نرمال باشد و واریانس جامعه نرمال باشد همیشه توزیع نمونه گیری هم نرمال است و میانگین آن مساوی میانگین جامعه و واریانس آن حاصل تقسیم واریانس جامعه بر تعداد کل اعضا است. اما اگر توزیع جامعه نرمال باشد ولی واریانس نامعلوم باشد، توزیع نمونه گیری میانگین تنها در صورتی نرمال است که  $n$  بزرگتر از ۳۰ نفر باشد. در غیر این صورت توزیع  $\bar{X}$  را خواهیم داشت که در ادامه به تفصیل آن را توضیح خواهیم داد.



نکته: همان طور که در فرمول می بینید دو واریانس برای توزیع میانگین نوشته ایم. توزیع اولی  $(\frac{\sigma^2}{n})$  مربوط به شرایطی است که نمونه گیری ما با جایگزاری بوده است، یعنی برای مثال وقتی یک فرد انتخاب می‌شده است مجدداً اسمش درون جدول تصادفی شانس انتخاب داشته است. اما فرمول دومی  $(\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1})$  مربوط به نمونه گیری بدون جایگزاری است، شرایطی که هر فرد فقط یکبار شانس انتخاب دارد.

اما حالت تشخیص بعدی برای توزیع در شرایطی پیش می آید که ما نمیدانیم توزیع خود جامعه به چه شکل است. در این صورت بسته به تعداد، دو حالت پیش می آید (که البته بعید است این حالات را از دانشجویان روانشناسی بخواهند)



$$p(\mu - k\delta < x < \mu + k\delta) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

مثال: نمرات سنجش مهارت کارکنان یک شرکت با میانگین ۷۱ و واریانس ۱۶ می باشد. حداقل ۳۶٪ نمرات طبق قضیه چی بی شف، در کدام بازه است؟

پاسخ: درصد داده شده در سوال راهمیشه مساوی  $1 - \frac{1}{k^2}$  قرار می دهیم تا  $k$  به دست آید.

$$1 - \frac{1}{k^2} = 0.36 \Rightarrow k = \frac{10}{8}$$

$$\mu - k\delta \Rightarrow 71 - \frac{10}{8} \times 4 = 66$$

$$\mu + k\delta \Rightarrow 71 + \frac{10}{8} \times 4 = 76$$

توزیع میانگین در دو جامعه ممکن است هم به شکل نرمال و هم به شکل توزیع T باشد. که باز این هم بسته به تعداد و برخی مولفه های دیگر دارد. توزیع t در فرمت زیر شما را به یاد ازمون t مستقل نمی اندازد؟

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 \pm \bar{x}_2 &\sim N(\mu_1 \pm \mu_2, \frac{\delta_1^2}{n_1} + \frac{\delta_2^2}{n_2}) \\ \bar{x}_1 \pm \bar{x}_2 &\sim t(n_1 + n_2 - 2) \end{aligned}$$

اگر تا این جای مطلب برایتان کمی سخت بود ، نگران نباشد، نحوه ی محاسبه رو به صورت عملیاتی و به زبان ساده اینجا توضیح میدم.

خطای استاندارد و فاصله ی اطمینان:

خطای استاندارد میانگین:

واضح است که چنانچه انحراف استاندارد توزیع نظری میانگین های نمونه را محاسبه کنیم، قادر خواهیم بود درجه ی تغییرات یا اطمینان را پیش بینی کنیم. انحراف استاندارد توزیع نظری میانگین ها شاخصی است که به وسیله ی خطای نمونه گیری اندازه گیری می شود و آن را خطای استاندارد میانگین می نامند.

خطای میانگین را با  $S_{\bar{X}}$  یا SED نمایش می دهند و آن را با استفاده از فرمول زیر محاسبه می کنند.

$$S_{\bar{X}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

خطای استاندارد میانگین:  $S_{\bar{X}}$

انحراف استاندارد نمونه:  $S_x$

اندازه یا حجم نمونه:  $n$

برای محاسبه ی فاصله اطمینان از فرمول زیر استفاده می کنیم. فاصله اطمینان یعنی فاصله ای که با اطمینان خاصی می گوییم، میانگین در آن قرار دارد.

$$\bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot S_{\bar{X}}$$

$$S_{\bar{X}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

مثال: چنان چه میانگین قد ۳۶ نفر کودک، ۷۵ و انحراف استاندارد قد آن ها ۱۸ سانتی متر می باشد، میانگین قد این ۳۶ نفر در چه فاصله ای از میانگین قد کلیه ی دانش آموزان قرار می گیرد؟

پاسخ:

بین  $۷۵+(۱)(۳)$  و  $۷۵-(۱)(۳)$

مثال: توزیع نمرات یک سازمان نرمال است، با میانگین  $14/5$  و انحراف معیار  $6$ ، اگر یک نمونه  $25$  تایی از بین آن انتخاب شود یا کدام احتمال میانگین بین  $16$  و  $13$  است؟ ( $S^{*25} = 0/3944$ )

پاسخ:

$$p(13 < \bar{x} < 16) = p\left(\frac{13 - 14/5}{\frac{6}{\sqrt{25}}} < Z < \frac{16 - 14/5}{\frac{6}{\sqrt{25}}}\right)$$

همان طور که متوجه شدید از ما احتمال یا مساحت زیر منحنی بین  $-1,25$  و  $1,25$  را می خواهد که با مراجعه به جدول این مساحت در هر سمت منحنی  $0/39$  است.

$$2 \times 0/39 = 0/78$$

- خطای استاندارد و فاصله اطمینان در سایر توزیع ها:

فقط محاسبه ی میانگین جامعه از روی نمونه دارای خطا نیست ، بلکه همه ی شاخص ها مقداری خطا دارند که در جدول زیر فرمول آن ها را می بینید.

با داشتن خطای استاندارد می توانیم پارامتر جامعه را در هر یک از این توزیع ها محاسبه کنیم. به طور کلی برآورد پارامتر جامعه از طریق از طریق فرمول زیر انجام می شود:

$$Z \cdot S \pm \text{آماره} = \text{پارامتر جامعه}$$

خطای استاندارد شاخص ها	
خطای استاندارد	آماره
$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$	میانگین
$S_{md} = \frac{1/253 S_x}{\sqrt{n}} = 1,253 S_{\bar{x}}$	میانه

$S_s = \frac{s}{\sqrt{rn}}$	انحراف استاندارد
$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$	نسبت
$s = 100 \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}}$	درصد
$S_f = \sqrt{npq}$	فراوانی

برای مثال به دو توزیع زیر اشاره می کنیم:

- نسبت:

توزیع نسبت ( $\bar{P}$ ) در جامعه:

$$\bar{P} \begin{cases} \text{یک جامعه} \Rightarrow N(P, \frac{pq}{n}) \\ \text{دو جامعه} F(n-1, n-2) \end{cases}$$

خطای استاندارد نسبت برابر است با:

$$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

نسبت از تقسیم فراوانی بر تعداد کل حالات به دست می آید:  $p = \frac{x}{N}$

$p$  نمایانگر نسبت موفقیت ها / پاسخ های صحیح یا مساعد (نسبت افراد یا اشیاء مورد نظر ما - بیکاران، معتادان، تماشاگران برنامه

نود) است.  $q$  عکس آن است:

$$q = 1 - p$$

فرمول برآورد فاصله اطمینان نسبت:

$$p \mp Z_{\frac{\alpha}{r}} \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

مثال: اگر در یک نمونه ۱۰۰ نفری، ۶۰ نفر دارای یک اختلال خاص باشد، خطا کدام است؟ نسبت شیوع این اختلال در جامعه کدام است؟

$$s_p = \sqrt{\frac{.6 \times .4}{100}} \approx .05$$

$$q = .4 \quad P = .6$$

$$P = .6 \pm 1/96 \times .05$$

$$.5 < P < .7$$

- انحراف استاندارد:

توزیع  $S^2$  در جامعه:

$$s^2 \begin{cases} \text{یک جامعه} & \frac{(n-1)s^2}{S^2} \sim X^2_{(n-1)} \\ \text{دو جامعه} & F(n-1, n-2) \end{cases}$$

خطای استاندارد انحراف استاندارد برابر است با:

$$S_S = \frac{s}{\sqrt{2n}}$$

نکته: خطای نمونه گیری با انحراف استاندارد رابطه مستقیم و با حجم نمونه رابطه عکس دارد

فرمول برآورد انحراف استاندارد جامعه:

$$\sigma = s_{\pm} Z \cdot S_S$$

- کارایی نسبی:

برای مقایسه کارایی دو روش باید کارایی نسبی را محاسبه کرد. کارایی نسبی برابر است با نسبت واریانس های خطای دو برآورد (واریانس بزرگتر در مخرج)



برای اینکه یک شاخص را به جای دیگری به کار ببریم، باید کارایی آنها یکسان شود. مثلاً در مثال زیر می بینید که  $n$  باید تغییر کند تا نسبت یک شود و کارایی میانه و میانگین یکسان شود.

$$S_{\bar{X}}^2 = \frac{S_x^2}{n} \quad \text{واریانس خطای میانگین}$$

$$S_{md}^2 = \frac{1.57 S_x^2}{n} \quad \text{واریانس خطای میانه}$$

### □ فرضیه آزمایی:

ما با نمونه گیری به چه چیزی قراره برسیم؟ به جواب سوالاتی که در مورد جامعه داریم و از قبل یه سری فرضیه برای پاسخ گویی بهشون داشتیم (میخواهیم فرضیه آزمایی کنیم)

فرضیه: حدس بخردانه در پاسخ به سوال پژوهش است. عبارت است از یک راه حل پیشنهادی برای مسئله که شامل یک حدس آگاهانه ، هوشیارانه و روشن بینانه است و قابل آزمایش .

I- آگاهانه: یعنی از روی تخصص.

II- روشن بینانه: یعنی اطلاعاتش بروز باشد.

III- هوشیارانه: یعنی آدم باهوش و اخلاقی باشد

III- قابل آزمایش: اگر فرضیه قابل آزمایش نباشد فرضیه نیست.

آیا تحقیقاتی هستند که در اونها فرضیه نداشته باشیم و فقط سوال پژوهش داشته باشیم؟ بله. سوال پژوهش خاص تحقیقات توصیفی و تحلیلی است که مبتنی بر مبانی نظری یا عملی هستند یا پیشینه نداشته باشد.

در تحقیقات آزمایشی باید حتماً فرضیه داشته باشیم آن هم فرضیه یک سوپه.

فرضیه ها هرگز اثبات و تکذیب نمی شود بلکه تأیید یا رد می شوند.

آزمون فرضیه ها: برای آزمون فرضیه ها از آزمون های آماری استفاده می شود.

### ■ انواع فرضیه

- فرض تحقیق

- فرض آماری

فرض تحقیق با زبان آماری نوشته نمی شود:

- فرضیه صفر: حاکی از عدم وجود رابطه یا تفاوت

- فرضیه خلاف: حاکی از وجود تفاوت یا رابطه

فرض آماری با زبان آماری بیان می شود:

- صفر

- خلاف

معمولاً ادعای پژوهشگر در فرض خلاف است.

فرض های گفته شده تاکنون را میتوان به صورت یک سویه (جهت دار) و دو سویه (بدون جهت) تبیین کرد.

راه تشخیص یک سویه و دو سویه، پیشینه پژوهش است.

(۱) پیشینه: اگر دارای جهت باشد فرض یک سویه داریم. جهت را در:

در همبستگی: کلمات + و -

در تفاوتها: کلمات بیشتر و کمتر

نشان می دهند. این کلمات یعنی لزوماً فرضیه جهت دار و یک سویه است.

(۲) اگر پیشینه شامل اطلاعات متناقض باشد فرض دو سویه است. "در واقع ما نمی توانیم با استفاده از پیشینه ی پژوهش به یک نتیجه ی قطعی درباره ی جهت رابطه برسیم. مثلاً فرض کنید سوال پژوهش من این است که آیا داروی فلوکستین تأثیری بر خلق دارد؟ حالا من پیشینه ی پژوهشی یعنی کارهایی که قبلاً انجام شده را بررسی می کنم. بعضی از تحقیقات بیان میکنند فلوکستین باعث بهبود خلق میشه اما بعضی از تحقیقات نشان می دهند فلوکستین خلق رو پایین میاورد. بنابراین من نمیتوانم فرضیه ی تحقیقم رو جهت دار بنویسم چون شواهد متناقضه."

دقت کنید اگه فرضیه یک سویه باشد ، آزمون آماری که برای آن استفاده می شود یک دامنه است. در آزمون های یک دامنه، ما فقط یک منطقه برای رد فرض صفر داریم.

نکته: در آزمون یک دامنه فرضیه صفر زودتر رد می شود یعنی آزمون آماری لیبرال و غیرمحافظة کار عمل می کند. توان آماری آزمون های یک دامنه بیشتر از دو دامنه است.

مثال:

الف) پژوهشگری معتقد است بین افسردگی و اعتیاد رابطه وجود دارد. فرضیه نهایی این ادعا را تدوین کنید.

پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{پژوهشی} \\ \left. \begin{array}{l} \text{خلاف: بین افسردگی و اعتیاد رابطه وجود دارد} \\ \text{صفر: بین افسردگی و اعتیاد رابطه وجود ندارد} \end{array} \right\} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{آماری} \\ \left. \begin{array}{l} \text{خلاف:} \\ \text{صفر:} \end{array} \right\} \end{array}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} H_1: P_{xy} \neq 0 \\ H_0: P_{xy} = 0 \end{array} \right.$$

ب) اگر پژوهشگر معتقد باشد بین افسردگی و اعتیاد رابطه منفی وجود دارد، فرضیه را تدوین کنید.

پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1: P_{xy} < 0 \\ H_0: P_{xy} \geq 0 \quad \text{یا} \quad P_{xy} = 0 \end{array} \right.$$

فرضیه صفر دارای کران است. کران باید به صفر ختم شود.

مثال: اگر پژوهشگری معتقد باشد میزان افسردگی زنان کمتر از مردان است، فرض های این ادعا را بنویسد.

پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1: \mu_1 < \mu_2 \quad \text{یا} \quad \mu_1 - \mu_2 < 0 \\ H_0: \mu_1 \geq \mu_2 \quad \text{یا} \quad \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

مثال: اگر پژوهشگر معتقد باشد که بین افسردگی زنان و مردان تفاوت وجود دارد فرض های این ادعا کدام است؟

پاسخ:

پژوهشی  
} خلاف  
} صفر

$$\begin{cases} H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \\ H.: \mu_1 = \mu_2 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \mu_1 - \mu_2 = 0$$

آماري

مثال: پژوهشگری معتقد است از هر ۱۰۰ زنی که زایمان کرده بیش از ۴۰ نفر آنها دچار سندرم خستگی مزمن می شود.

فرضیه های این ادعا کدام است؟

پاسخ:

$$\begin{cases} H_1: \pi > 0.4 \quad \text{یا} \quad p > 0.4 \\ H.: \pi \leq 0.4 \end{cases}$$

مثال: می دانیم که نسبت دختران در دانشگاه متفاوت با نسبت پسران است. فرضیه های ادعا کدام است؟

$$\begin{cases} H_1: \pi_1 \neq \pi_2 \\ H.: \pi_1 = \pi_2 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \pi_1 - \pi_2 = 0$$

مثال ۶: پژوهشگری معتقد است که دانشجویان ترم اول از نظر انگیزه تحصیلی نسبت به دانشجویان سال آخر نامتجانس تر هستند. فرضیه را تدوین کنید.

پاسخ:

واریانس = پراکندگی = ناهمگنی = تنوع = نامتجانسی

$$\begin{cases} H_1: \delta_1^2 > \delta_2^2 & \text{یا} & \delta_1^2 - \delta_2^2 > 0 \\ H.: \delta_1^2 - \delta_2^2 \leq 0 & \text{یا} & \delta_1^2 \leq \delta_2^2 \end{cases}$$

مثال: پژوهشگری معتقد است متوسط هوش کودکان بیش فعال و اوتیسم بیشتر از میانگین کودکان نا توان ذهنی است. فرضیه را تدوین کنید.

پاسخ:

$$\begin{cases} H_1: \frac{M_1 + M_2}{2} > \mu_3 \\ H.: \frac{M_1 + M_2}{2} \leq \mu_3 \end{cases}$$

مثال: پژوهشگری معتقد است میتوان از روی سخت کوشی دانشجویان جدیدالورود، مدت زمان تحصیل آنها را پیش بینی کرد. فرضیه را تدوین کنید.

پاسخ:

$$y = bx + a$$

$$\begin{cases} H_1: \beta \neq 0 \\ H.: \beta = 0 \end{cases}$$

مثال: پژوهشگری معتقد است متوسط هوش بهر دانشجویان روان شناسی بیشتر از ۱۲۰ است. فرضیه را تدوین کنید.

پاسخ:

$$\begin{cases} H_1: M > 120 \\ H_0: M \leq 120 \end{cases}$$

مثال ۱۰: پژوهشگری معتقد است که اثربخشی سه روش درمان بر اضطراب اجتماعی متفاوت است. فرضیه را تدوین کنید.

پاسخ:

$$\begin{cases} H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_i \\ H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_i \end{cases}$$

#### ▪ انواع خطا در فرضیه آزمایی:

آزمون های آماری کاملا دقیق نیستند و ممکن است خطاهایی داشته باشند که شامل دو نوع خطای آلفا (نوع اول) و بتا (نوع دوم) می باشد.

#### - خطای نوع اول: آلفا:

احتمال رد فرضیه ی صفر وقتی که این فرض واقعا درست است

$$\alpha = p(H_0 \text{ رد} | H_0 \text{ درست باشد})$$

$\alpha$  = سطح خطا = سطح معناداری = احتمال خطای نوع اول: جایی که تفاوت بین  $H_0$  ,  $H_1$  معنادار می شود و  $H_0$  رد می شود.

احتمال ارتکاب خطای نوع اول را سطح معنادار بودن آزمون می نامند. در واقع خطای نوع اول سطح معنی دار بودن یا سطح تشخیص نیز نامیده می شود. انتخاب این سطح به عهده ی پژوهشگر است، اما معمولا سطوح ۰/۰۵ یا ۰/۰۱ انتخاب می شود.

#### - خطای نوع دوم (بتا):

احتمال قبول فرضیه ی صفر، وقتی این فرضیه واقعا غلط بوده است.

$$\beta = p(H_0 \text{ غلط} | H_0 \text{ پذیرش})$$

احتمال ارتکاب خطای نوع دوم به چهار عامل زیر بستگی دارد:

۱. سطح معنادار بودن

با کاهش میزان آلفا، ارزش بحرانی آزمون آماری یا ناحیه ی رد فرضیه ی صفر افزایش پیدا می کند و در نتیجه خطای نوع دوم افزایش می یابد.

۲. اندازه تاثیر متغیر مستقل

احتمال ارتکاب خطای نوع دوم با تغییر اندازه یا شدت تاثیر متغیر مستقل، تغییر خواهد کرد. بین تأثیرمتغیر مستقل و خطای نوع دوم، رابطه ی معکوس وجود دارد، به این معنی که هرچه تاثیر متغیر مستقل افزایش پیدا کند. خطای نوع دوم، کاهش پیدا خواهد کرد و در نتیجه توان آزمون، افزایش خواهد یافت.

۳. مقدار پراکندگی موجود در متغیر وابسته

احتمال ارتکاب خطای نوع دوم به مقدار پراکندگی موجود در نمره های متغیر وابسته بستگی دارد. بنابراین، برای کاهش احتمال ارتکاب خطای نوع دوم و در نتیجه افزایش توان آزمون، پژوهشگر باید سعی کند پراکندگی متغیر وابسته را به حداقل مقدار (یا پراکندگی متغیرهای خطا را به حداقل) برساند.

برای کاهش پراکندگی متغیرهای خطا پژوهشگر باید تلاش کند تا:

الف) متغیرهای مشتبه کننده را کنترل کند.

ب) خطاهای اندازه گیری را به حداقل ممکن برساند.

بنابراین مقدار خطای نوع دوم با پراکندگی متغیر وابسته رابطه معکوس و با پراکندگی متغیرهای خطا رابطه ی مستقیم دارد.

۴. اندازه یا حجم نمونه

اندازه ی نمونه در احتمال ارتکاب خطای نوع دوم تاثیر دارد. با افزایش اندازه ی نمونه، خطای استاندارد میانگین، کاهش پیدا خواهد کرد. بنابراین در صورتی که اندازه ی نمونه به اندازه ی کافی بزرگ باشد، تاثیر متغیر مورد آزمایش را می توان تعیین کرد.

- رابطه ی خطای نوع اول و نوع دوم:

✓ آلفا و بتا به یکدیگر وابسته بوده و بین آنها رابطه معکوس وجود دارد لذا اگر حجم نمونه انتخابی ثابت باشد، کاهش هر کدام از انواع خطاها باعث افزایش دیگری خواهد شد و بالعکس.

✓ - با افزایش مقدار حجم نمونه می توان هر دو نوع خطا را به طور همزمان کاهش داد.

روشن است که در هر استنباط آماری خطر ارتکاب هر یک از دو خطای نوع اول و دوم وجود دارد. در عمل پژوهشگر قبل از انجام آزمون آماری خطای نوع اول و تعداد نمونه  $n$  را مشخص می کند که خطای نوع دوم نیز به طبع آن مشخص خواهد شد. اما به طور کلی خطای نوع دوم خطرناک تر است زیرا کمتر در کنترل پژوهشگر است.

احتمال خطای نوع اول به مقدار مشخص پارامتر در دامنه ای بستگی دارد که  $H_0$  آن را در بر می گیرد و حال آنکه مقدار خطای نوع دوم به مقدار پارامتر در دامنه ای بستگی دارد که  $H_1$  آن را در بر می گیرد.

### - توان آماری:

احتمال رد فرضیه ی صفر وقتی این فرضیه واقعا غلط بوده است.

$$\pi = 1 - \beta = p(H. رد | H.)$$

آزمونی توان بیش تری دارد، که در سطح مشخصی از آلفا، خطای نوع دوم پایین تری داشته باشد زیرا خطای نوع دوم و آلفا مکمل هم هستند و جمع احتمال آن ها برابر ۱ است. آیا می دانید چرا؟ چون هر دو مورد احتمال را در شرایطی حساب می کنند که فرض صفر باید رد شود. توان آماری احتمال رد فرض صفر را نشان میدهد در شرایطی که باید رد شود اما خطای نوع دوم احتمال قبول فرضیه ی صفر را نشان میدهد در شرایطی که باید واقعا رد شود.

✓ توان آزمون با خطای نوع دوم رابطه عکس و با خطای نوع اول رابطه مستقیم دارد.

$$\alpha \uparrow \quad \beta \downarrow \quad 1 - \beta \uparrow \quad \text{و} \quad \alpha \downarrow \quad \beta \uparrow \quad 1 - \beta \downarrow$$

درچه شرایطی، توان آزمون آماری افزایش می یابد؟

- حجم نمونه را افزایش دهیم

- تاثیر متغیر مستقل بر وابسته افزایش یابد

- روش نمونه گیری دقیق باشد

- از فرضیه های یک سو به جای دوسویه استفاده شود.

### - سطح اطمینان:

سطح اطمینان آزمون مکمل سطح معناداری است. در واقع در سطح معناداری ما میگوییم ، فرض صفر را رد کرده ایم اما ممکن است

۰/۰۵ یا ۰/۰۱ خطا کرده باشیم. در سطح اطمینان می گوییم که با احتمال ۰/۹۵ یا ۰/۹۹ ما به درستی فرض صفر را رد کرده ایم.

در واقع اگر  $\alpha$  احتمال خطای نوع اول در یک آزمون باشد، آنگاه سطح اطمینان را برابر  $(1-\alpha)$  تعریف می کنند.



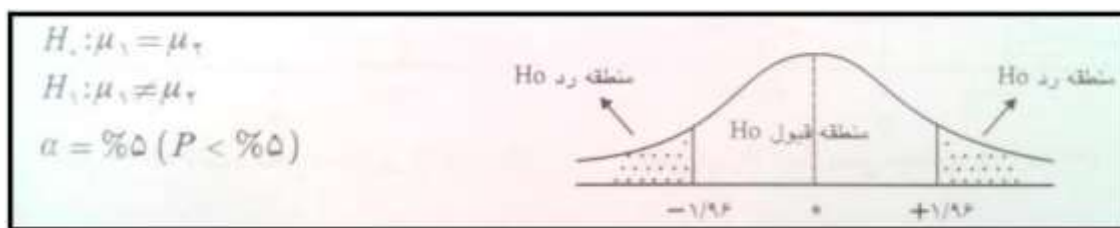
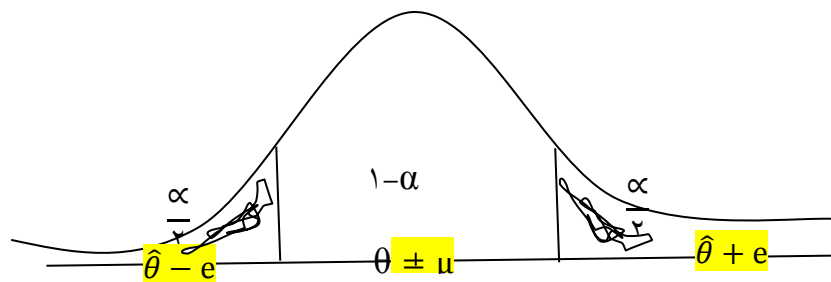
	فرض صفر درست	فرض صفر غلط
رد فرض صفر	خطای نوع اول	توان آزمون
پذیرش فرض صفر	سطح اطمینان	خطای نوع دوم

▪ آزمون های یک سویه و دوسویه:

آزمون فرض دوسویه (بدون جهت):

آزمون های دوسویه برای فرضیه های بدون جهت به کار می رود. مثلاً فرضیه ی "بین تحصیلات و سلامت روان رابطه وجود دارد" را در نظر بگیرید. این فرضیه جهت ندارد و بنابراین آزمون آن باید دوسویه باشد. در واقع، آزمون فرضیه را دو سویه یا دو دامنه می گوئیم اگر آزمون مورد بحث هیچ نظری درباره ی جهت اختلاف مطرح نکند.

در آزمون دوسویه  $\alpha$  به دو قسمت مساوی تقسیم می شود و دو ناحیه رد خواهیم داشت.



آزمون یک دامنه (جهت دار):

اگر فرضیه ی جهت دار باشد، از آزمون یک سویه استفاده می شود. فرضیه در این حالت با کلماتی نظیر بیش تر یا کم تر و کوچک تر یا بزرگتر نوشته میشود. مثلاً اگر فرضیه ی قبلی به این شکل مطرح شود: تحصیلات با سلامت روان رابطه ی مثبت دارد.

در آزمون یک دامنه فرض صفر تغییری نمی کند بلکه فرض خلاف تغییر می کند.

این آزمون ها به دو شکل راست دامنه (برای فرضیه های با جهت بیشتر) و چپ دامنه (برای فرضیه های با جهت کمتر) استفاده می شود.

## سوال های ارشد و دکتری سراسری

۱- توان یک آزمون آماری برابر است با احتمال (ارشد ۸۵)

(۱) رد  $H_0$ ، وقتی که آن غلط است

(۲) رد  $H_0$ ، وقتی که آن صحیح است

(۳) عدم رد  $H_0$ ، وقتی که آن غلط است

(۴) عدم رد  $H_0$ ، وقتی که آن صحیح است

۲- محققى سطح قابل قبول برای رد فرضیه آماری (فرضیه صفر) را از ۵ درصد به ۱ درصد تغییر داده است. این تصمیم محقق موجب: (ارشد ۸۵)

(۱) بی اعتباری نتیجه تحقیق می شود

(۲) افزایش احتمال خطای نوع اول می شود

(۳) کاهش احتمال خطای نوع اول می شود

(۴) تغییری در میزان احتمال خطای نوع اول نمی شود

۳- اگر فرضیه صفر صحیح در سطح  $\alpha = 0.05$  رد شود احتمال خطای نوع اول چقدر است؟ (ارشد ۸۵)

(۱) صفر

(۲) ۰/۰۵

(۳) ۰/۱۰

(۴) ۰/۹۵

۴- میزان احتمال  $P$  یا احتمال خطای نوع اول در فرضیه جهت دار در مقایسه با فرضیه دوطرفه چقدر میشود؟ (ارشد ۸۵)

(۱) کاهش می یابد

(۲) نصف می شود

(۳) افزایش می یابد

(۴) دوبرابر می شود

۵- به فرض اینکه انحراف استاندارد توزیع خصوصیات نمونه ای ۲۵ نفری ۵ باشد، میزان خطای استاندارد میانگین چقدر خواهد بود؟ (ارشد ۸۵)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۵

۶- یک توزیع نرمال میانگین و انحراف معیار بترتیب ۱۲۰ و ۲۰ می باشند و ۹۵ درصد اطمینان، بالاترین و پایین ترین نمره این توزیع کدام است؟ (ارشد ۸۶)

(۱) ۱۶۰ و ۸۰

(۲) ۱۴۰ و ۱۰۰

(۳) ۱۵۹/۲ و ۸۰/۸

(۴) ۱۶۲/۲ و ۷۸/۸

۷- یکی از راه های مهم کاهش خطای نوع اول و دوم ..... است. (ارشد ۸۷)

(۱) افزایش حجم نمونه

(۲) طرح دقیق فرضیه ها

(۳) کاهش حجم نمونه

(۴) کاهش عملیات آماری

۸- احتمال رد یک  $H_0$  غلط چه نام دارد؟ (ارشد ۸۷)

(۱) توان

(۲) خطای نوع اول

(۳) خطای نوع دوم

(۴) اشتباه نوع سوم

۹- کدام یک از موارد در مورد آزمون فرضیه صحیح ست. اگر فرضیه صفر در ..... (ارشد ۸۷)

(۱) سطح یک صدم قبول شود، در سطح پنج صدم رد می شود.

(۲) سطح یک صدم رد شود، در سطح پنج صدم نیز رد می‌شود.

(۳) در آزمون دو سویه قبول شود، در آزمون یکسویه رد می‌شود.

(۴) آزمون یکسویه رد شود، در آزمون دو سویه قبول می‌شود.

۱۰- در تحقیق علمی اگر محقق تفاوت و یا رابطه ای را مشاهده کند که احتمال رخداد آن به صورت تصادفی نزدیک به صفر باشد .....  
(ارشد ۹۰)

(۱) فرض صفر را رد می‌کند،

(۲) فرض صفر را قبول می‌کند .

(۳) در مورد صحت داده ها شک می‌کند

(۴) قبول یا رد فرض صفر را تا کسب اطلاعات جدید به تعویض می‌اندازد .

۱۱- اگر با افزایش حجم نمونه مقدار آماره به پارامتر نزدیکتر شود . برآورده کننده واجد کدام ویژگی است؟ (ارشد ۹۰)

(۱) دقیق بودن (۲) یکنواخت بودن (۳) کارایی داشتن (۴) سودار نبودن

۱۲- زمانی که محقق برای وجود رابطه بین متغیرهای مورد مطالعه، دلایلی در اختیار دارد ، فرضیه بهتر است به کدام صورت تنظیم شود؟ (ارشد ۹۰)

(۱) بدون جهت (۲) صفر (۳) جهت دار (۴) خلاف

۱۳- یک گروه نمونه ۲۵ نفری میانگین ۲۰ واریانس ۴ دارد ، فاصله اطمینان ۹۵٪ میانگین جامعه کدام است؟ (ارشد ۹۰)

(۱)  $25 \pm 4$  (۲)  $25 \pm 0.4$

(۳)  $20 \pm 0.4$  (۴)  $20 \pm 1.6$

۱۴- کدام مورد فرض صفر مربوط به فرضیه « همگونی نمرات درس آمار در دختران بیشتر از پسران است» (پسران با کد ۱ و دختران با کد ۲ مشخص شده اند .) را نشان می‌دهد ؟ (ارشد ۹۱)

(۱)  $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$  (۲)  $H_0: \mu_1 = \mu_2$

(۳)  $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$  (۴)  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

۱۵- در یک توزیع نرمال با میانگین ۱۷ و انحراف استاندارد ۱۰ ، اعداد بین ۱۵۰ الی ۱۹۰ حدود چند درصد جمعیت نمونه را تشکیل می‌دهند؟ (ارشد ۹۱)

(۱) ۲,۵ (۲) ۱۳,۵۹ (۳) ۶۸ (۴) ۹۵

۱۶- تعریف جامعه آماری به طور روشن از آن جهت اهمیت دارد که : (ارشد ۹۲)

۱) ابزار گرد آوری اطلاعات متناسب با جامعه انتخاب می شود

۲) حجم نمونه تنها با جامعه آماری اصلی متناسب است

۳) تعریف گروه نمونه را با مشکل مواجه می کند .

۴) نتایج نهایی پژوهش تنها به جامعه آماری قابل تعمیم است

۱۷- احتمال رد فرض صفر در کدام آزمون و با کدام سطح معنی داری کمتر است ؟ (ارشد ۹۲)

۱) یک سویه - ۰,۰۱ (۲) یک سویه - ۰,۰۵ (۳) دو سویه - ۰,۰۵ (۴) دو سویه - ۰,۰۱

۱۸- اندازه یا حجم نمونه با کدام فاکتور بیشتر ارتباط دارد؟ (ارشد ۹۲)

۱) واریانس جامعه (۲) روشی مطالعه (۳) میانگین جامعه (۴) حجم جامعه

۱۹- کدام مورد احتمال قبول فرضی صفر صحیح را نشان می دهد؟ (ارشد ۹۳)

۱)  $1 - \alpha$  (۲)  $\beta$  (۳)  $1 - \beta$  (۴)  $1 - \alpha$

۲۰- بالا بودن توان آزمون در یک مطالعه، بیانگر کدام مورد است؟ (دکتری ۹۵)

۱) بالا بودن خطای نوع اول است. (۲) پایین بودن خطای نوع اول است.

۳) بالا بودن خطای نوع دوم است. (۴) بالا بودن هر دو خطا است.

۲۱- احتمال رد کردن یک فرض صفر واقعا نادرست کدام است؟ (دکتری ۹۱)

۱) حساسیت آزمون (۲) خطای نوع اول

۳) خطای نوع دوم (۴) توان آزمون

۲۲- با یکسان بودن سایر شرایط، در صورت افزایش حجم نمونه کدام حالت اتفاق می افتد؟ (دکتری ۹۱)

۱)  $\beta$  تغییر نمی کند (۲)  $\beta$  افزایش می یابد (۳)  $\alpha$  افزایش می یابد (۴)  $\alpha$  تغییر نمی کند

۲۳- کدام یک از فرضیه های زیر با توان آزمون بالاتری همراه هستند؟ (دکتری ۹۱)

۱) جهت دار  $\alpha=0/01$  (۲) جهت دار  $\alpha=0/05$

۳) غیر جهت دار  $\alpha=0/05$  (۴) غیر جهت دار  $\alpha=0/01$

۲۴- فرض کنید جامعه‌ای شامل  $N$  (متناهی) عضو باشد. اگر بخواهیم به شیوه تصادفی ساده از آن نمونه‌ای به حجم  $n$  اختیار نماییم

درخصوص روش انتخاب نمونه‌گیری به شیوه بدون جایگذاری و یا با جایگذاری کدام روش مناسب‌تر است؟ (دکتری ۹۳)

(۱) تفاوتی وجود ندارد زیرا واریانس هر دو برآورد کننده یکسان هستند.

(۲) روش نمونه‌گیری بدون جایگذاری زیرا نسبت به روش با جایگذاری دارای واریانس کوچکتری است.

(۳) تفاوتی وجود ندارد زیرا هر دو برآورد کننده ناریب هستند.

(۴) روش نمونه‌گیری با جایگذاری زیرا نسبت به روش بدون جایگذاری دارای واریانس کوچکتری است.

۲۵- در یک فاصله اطمینان به اندازه ۹۵٪ برای میانگین توزیع نرمال، اگر حجم نمونه را دوبرابر نماییم طول فاصله تصادفی چه تغییری

پیدا میکند؟ (دکتری ۹۳)

(۱) ۲ برابر میشود (۲)  $\sqrt{2}$  برابر میشود.

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  برابر میشود (۴) تغییری پیدا نمیکند.

۲۶- در یک تحقیق از درآمد بازار تهران به صورت ماهانه، ادعا شده است که متوسط درآمد ماهانه در بازار تهران ۴۵ (بر حسب صد هزار

تومان) است. ولی مسئولین بازار مدعی هستند که درآمد کمتر از رقم ادعایی است. برای بررسی موضوع در یک نمونه تصادفی با اندازه

$n=100$  خلاصه نتایج ( $s^2=256$ ,  $\bar{x}=43$ ) حاصل شده است. در این مساله، چه آزمون فرضی را می‌خواهیم انجام دهیم؟ (دکتری ۹۲)

(۱)  $H_0: \mu=45$  در مقابل  $H_1: \mu \neq 45$  (۲)  $H_0: \mu=45$  در مقابل  $H_1: \mu > 45$

(۳)  $H_0: \mu=45$  در مقابل  $H_1: \mu < 45$  (۴)  $H_0: \mu \leq 45$  در مقابل  $H_1: \mu > 45$

۲۷- در سؤال ۳۰، مقدار آماره  $T$ ی آزمون و  $p$ -مقدار ( $p$ -value) کدام است؟ (دکتری ۹۲)

(۱)  $1/52$  و  $0/0643$  (۲)  $1/25$  و  $0/1056$

(۳)  $1/25$  و  $0/8944$  (۴)  $1/52$  و  $0/9357$

۲۸- با یکسان در نظر گرفتن سایر شرایط چه رابطه‌ای میان مقدار  $\alpha$  و توان آزمون وجود دارد؟ (دکتری ۹۲)

(۱) معکوس (۲) منحنی

(۳) مستقیم (۴) بین این دو رابطه‌ای وجود ندارد

۲۹- در استفاده از فاصله اطمینان برای بررسی معنی‌داری آزمون‌ها (آزمون فرض)، کدام مورد برابر  $P > 0/05$  خواهد بود؟ (ارشد ۹۵)

(۱) عدد صفر فرضی کمتر از حد پایین توزیع باشد.

(۲) عدد صفر فرضی بیشتر از حد بالای توزیع باشد.

(۳) عدد صفر فرضی خارج از محدوده اطمینان باشد.

(۴) عدد صفر فرضی در محدوده بین حد بالا و پایین باشد.

۳۰- در کدامیک از شرایط زیر، پژوهشگر می‌تواند فرضیه جهت‌دار ارائه دهد؟ (ارشد ۹۵)

- (۱) زمانی که پژوهش نو و بدیع است.
  - (۲) زمانی که نتوان از سوال پژوهش استفاده کرد.
  - (۳) وقتی که تحقیق آزمایشی با شبه آزمایشی است.
  - (۴) وقتی که نظریه یا پیشینه کافی مرتبط با فرضیه وجود دارد.
- ۳۱- کدام مورد، هدف از محاسبه آماره‌ها (statistices) بر اساس داده‌های حاصل از نمونه است؟ (ارشد ۹۵)

- (۱) برآورد ویژگی‌های جامعه از طریق تعمیم به نمونه مورد نظر
- (۲) توصیف ویژگی‌های نمونه و جامعه بر اساس آماره‌ها
- (۳) کاهش حجم داده‌ها و افزایش دقت شاخص‌های آماری
- (۴) توصیف نمونه و فرض آزمایشی پیرامون ویژگی‌های جامعه

## پاسخ سوال های فصل اول

۱- گزینه ۱

رد فرضیه ی صفر وقتی واقعا غلط است توان آماری را می رساند اما رد فرضیه ی صفر وقتی که درست باشد خطای نوع اول را نشان میدهد

۲- گزینه ۲

منظور از سطح قابل قبول برای فرضیه ی صفر سطح آلفا است که مکمل فاصله ی اطمینان است. اگر این مقدار را کاهش دهیم فرضیه ی صفر دیرتر و سخت تر رد می شود زیرا به جای ۹۵ درصد باید ۹۹ درصد اطمینان داشته باشیم. دیرتر رد شدن فرضیه ی صفر سبب افزایش خطای نوع اول می شود.

۳- گزینه ۲

خطای نوع اول همان سطح آلفا است که معمولا یک درصد یا پنج درصد است و درصد مکمل آن فاصله ی اطمینان است.

۴- گزینه ۲

میزان احتمال P یا احتمال خطای نوع اول، در فرضیه ی جهت دار در مقایسه با فرضیه ی دو طرفه نصف می شود

۵- گزینه ۱

$$\frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{5}{5}$$

۶- گزینه ۳

$$120 \pm 1.96 \times 20 = 80.8 \text{ و } 159.2$$

۷- گزینه ۱

افزایش حجم نمونه روشی است که همزمان هر دو خطا را کاهش میدهد.

۸- گزینه ۱

۹- گزینه ۲

اگر فرضیه در سطح ۱ صدم رد شود یعنی با احتمال ۹۹٪ رد شده است بنابراین قطعا با احتمال ۹۵٪ و در سطح ۵ صدم هم رد می شود.

### ۱۰- گزینه ۲

در تحقیق علمی اگر محقق تفاوت و یا رابطه ای مشاهده کند که احتمالاً رخداد آن به صورت تصادفی نزدیک به صفر باشد، فرض صفر را قبول می کند که بیانگر عدم تفاوت و رابطه است و تفاوت معنادار وجود ندارد. هرچند که تفاوت کمی وجود دارد ولی این تفاوت معنی دار نیست. فرض صفر به معنی آن است که بین دو متغیر رابطه و تفاوت وجود ندارد ولی فرض پژوهشی اعتقاد به وجود رابطه یا تفاوت دارد. در این سوال هم چون احتمال وجود رابطه یا تفاوت به صورت تصادفی نزدیک به صفر است در واقع فرض صفر را قبول می کنیم و فرض پژوهشی را رد می کنیم

### ۱۱- گزینه ۲

ثبات (یا یکنواخت بودن) یعنی با افزایش حجم نمونه مقدار شاخص آماری برآورد شده به پارامتر جامعه نزدیکتر شود.

### ۱۲- گزینه ۳

زمانی که محقق دلایلی در اختیار دارد بهتر است فرضیه خود را به صورت جهت دار تنظیم کند

### ۱۳- گزینه ۴

$$۲۰ \pm ۱/۹۶ \times \frac{۲}{۵} = ۲۰ \pm ۰/۷۸ \quad \text{فاصله اطمینان ۹۵ درصدی عبارت است از}$$

### ۱۴- گزینه ۳

گزینه های چهار و دو به خاطر داشتن نماد = غلط هستند زیرا این فرضیه جهت دار است (به خاطر کلمه ی بیشتر که در فرضیه بیان شده) بنابراین یکی از گزینه ها ی یک و سه درست است. گزینه ی یک نیز نادرست است زیرا در این فرضیه صحبتی از میانگین نیست. همگونی نمرات درس آمار در دختران بیشتر از پسران است یعنی پراکندگی (واریانس) نمرات درس آمار در دختران کمتر از پسران است و نمرات آن ها به هم نزدیکتر است بنابراین فرض صفر عبارت است از:  $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$

### ۱۵- گزینه ۴

ابتدا نمره ی Z معادل ۱۵۰ و ۱۹۰ را محاسبه کرده:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{s} \begin{cases} Z_{150} = \frac{150 - 170}{10} \rightarrow Z = -2 \\ Z_{190} = \frac{190 - 170}{10} \rightarrow Z = 2 \end{cases}$$

با توجه به سطح زیر منحنی طبیعی ۹۵٪ از سطح زیر منحنی در فاصله ی  $Z = -2$ ،  $Z = 2$  قرار دارد



#### ۱۶- گزینه ۴

نتایج نهایی پژوهش تنها به جامعه آماری و چهارچوب نمونه گیری که نمونه از آن اتخاذ شده است، قابل تعمیم است. بخاطر همین تعریف واضح جامعه آماری خیلی مهم است.

#### ۱۷- گزینه ۴

در آزمون های یک سویه، مقدار  $\alpha$  در یک طرف توزیع قرار می گیرد و احتمال رد  $H_0$  بیشتر از آزمون های دو سویه است اما در آزمون های دو سویه، مقدار  $\frac{\alpha}{2}$  در هر دو طرف توزیع قرار می گیرد پس در این آزمون ها، آماره ی آزمون بزرگتری برای رد  $H_0$  لازم است. بنابراین احتمال رد فرض صفر در آزمون دوسویه با سطح معناداری ۰/۱۰ کمتر است.

#### ۱۸- گزینه ۱

هرچه حجم جامعه ناهمگون تر و به عبارتی واریانس آن بیشتر باشد، محقق باید نمونه ی بزرگتری را انتخاب کند

$$n = \frac{\delta^2 \cdot z_{\alpha}^2}{e^2}$$

اندازه یا حجم نمونه با اندازه و حجم جامعه رابطه عکس دارند. یعنی هر قدر حجم جامعه کوچکتر باشد نسبت بیشتری از جامعه باید در نمونه وجود داشته باشد و هرچه حجم جامعه بزرگتر باشد نسبت کمتری از جامعه باید در نمونه وجود داشته باشد اندازه یا حجم نمونه با میانگین رابطه ای ندارد.

#### ۱۹- گزینه ۳

توان یک آزمون برابر است با احتمال رد فرض صفر ( $H_0$ ) هنگامی که این فرض واقعاً غلط است.

{توان آزمون مساوی است با احتمال قبول فرض ( $H_A$ ) وقتی که این فرض واقعاً درست است. توان آزمون مکمل خطای نوع دوم است و برابر است با  $1-\beta$ .

خطای نوع اول: رد فرض صفر ( $H_0$ ) در حالی که این فرض درست باشد. احتمال خطای نوع اول یا سطح معناداری را با  $\alpha$  نشان می دهند.

خطای نوع دوم: فرض ( $H_0$ ) غلط باشد ولی پژوهشگر این فرض را قبول کند به احتمال خطای نوع دوم  $\beta$  گفته می شود.

#### ۲۰- گزینه ۱

خطای نوع اول یعنی اینکه فرض صفر درست باشد و آزمون فرض آن را رد کند. خطای نوع دوم به معنای این است که فرض صفر درست نباشد و آزمون فرض آن را قبول کند. توان یک آزمون آماری احتمال رد کردن فرض صفر اشتباه می باشد (احتمال آنکه تست آماری مرتکب خطای نوع دوم نشود). هر چه توان یک تست بیشتر باشد احتمال وقوع خطای نوع دوم کمتر خواهد بود اما در عین حال احتمال بالا بودن خطای نوع اول وجود دارد.

## ۲۱- گزینه ۴

خطای نوع اول: هنگامی که فرض صفر صحیح است اما محقق به اشتباه آن را رد می کند

خطای نوع دوم: هنگامی که فرض صفر غلط است اما محقق به اشتباه آن را قبول می کند

توان آزمون: رد فرض صفر وقتی که واقعا غلط است

حساسیت آزمون: قبول فرض صفر وقتی که واقعا درست است

## ۲۲- هیچ کدام

خطای نوع اول و دوم با هم رابطه ی عکس دارند و هر چه آلفا را کوچکتر بگیریم بتا بزرگتر می شود. تنها عاملی که به وسیله آن هر دو خطا کاهش می یابند افزایش حجم نمونه است. بنابراین با افزایش حجم نمونه آلفا و بتا هر دو کاهش می یابد. در حالی که این پاسخ در هیچ کدام از گزینه ها نیست. بهتر بود سوال اینطور طرح می شد که با ثابت نگه داشتن یک عامل مثلا آلفا با افزایش اندازه ی نمونه بتا کاهش می یابد و برعکس.

## ۲۳- گزینه ۲

هر چه آلفا کوچکتر باشد ناحیه پذیرفتنی وسیع تر است و بنابراین تفاوت بیشتری لازم است تا مقدار آن معنادار باشد و این امر موجب می شود توان آزمون کاهش یابد. بنابراین هر چه سطح اطمینان بیشتر و احتمال خطای نوع یک کمتر باشد، احتمال رد کردن فرض صفر وقتی نادرست است کاهش می یابد. مفهوم معکوس آن این است که با افزایش مقدار آلفا، مقدار بتا کاهش و توان آزمون افزایش می یابد.

آزمون یک سویه مشروط بر اینکه از دنباله مناسب توزیع استفاده شود توان آزمون را افزایش می دهد زیرا در این نوع آزمون مرز ناحیه پذیرفتنی از مقدار حقیقی فاصله می گیرد.

بنابر توضیحات آزمون یک سویه با آلفای ۰,۰۵ توان آزمون بالاتری از سایر گزینه ها دارد.

## ۲۴- گزینه ۲

توزیع نمونه ای میانگین توزیعی است که با استفاده از میانگین های محاسبه شده از نمونه هایی با اندازه ی مشخص حاصل از جامع به دست آمده است، انحراف معیار توزیع میانگین نمونه ها از روش زیر به دست می آید.

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{n-1}}$$

۲۵- گزینه ۳

$$\bar{X} \pm Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{فرمول محاسبه فاصله اعتماد:}$$

اگر طول فاصله اعتماد را با  $L_2 - L_1$  نشان دهیم:

$$L_2 - L_1 = (\bar{X} + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) - (\bar{X} - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \rightarrow L_2 - L_1 = 2 Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$(L_2 - L_1)' = 2 Z \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \quad \text{اگر } n \text{ را دو برابر کنیم طول فاصله اعتماد جدید برابر است با:}$$

$$(L_2 - L_1)' = \frac{1}{\sqrt{2}} (2 Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \rightarrow (L_2 - L_1)' = \frac{\sqrt{2}}{2} L_2 - L_1$$

۲۶- گزینه ۳

در آزمون فرضیه یک ارزش معین در ذهن وجود دارد و فرض می شود که این ارزش پارامتر جامعه مورد نظر را برآورد می کند. سوالی که مطرح می شود این است که آیا ارزش یا مقداری که به کمک اطلاعات جمع آوری شده از نمونه برای پارامتر جامعه برآورد می شود درست است یا خیر. بر این اساس دو فرضیه آماری داریم: صفر ( $H_0$ ) و خلاف ( $H_A$ ). فرض صفر به صورت پارامتر جامعه بیان و صورت بندی می شود. فرض خلاف با فرضیه و ادعای پژوهشگر مطابقت دارد. در این مثال، درآمد ۴۵ هزار تومان پارامتر جامعه است و ادعای پژوهشگر این است که درآمد کمتر از ۴۵ است.

۲۷- گزینه ۲

در این مثال اندازه نمونه بیشتر از ۳۰ است و از توزیع  $Z$  استفاده می کنیم تا تفاوت آماره و پارامتر را بررسی کنیم:

$$Z = \frac{\chi - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{43 - 45}{\frac{16}{10}} = -1.25$$

۲۸- گزینه ۳

هر چه آلفا کوچکتر باشد ناحیه پذیرفتنی نسبتاً وسیع تر است و تفاوت زیادی لازم است تا مقدار آن معنادار باشد و این امر موجب می شود توان آزمون کاهش یابد. بین پرهیز از خطای نوع اول و دوم همواره یک تضاد هست و مفهوم آن این است که هر چه سطح اطمینان بیشتر و احتمال خطای نوع یک کمتر باشد، احتمال رد کردن فرض صفر وقتی نادرست است کاهش می یابد. مفهوم معکوس آن این است که با افزایش مقدار آلفا، مقدار بتا کاهش و توان آزمون افزایش می یابد.

۲۹- گزینه ۴

در صورتی که  $p < 0.05$  باشد فرض صفر با احتمال ۹۵ درصد رد میشود یعنی حد بالایی یا پایینی توزیع تایید می شود. اما اگر  $p > 0.05$  باشد عدد صفر فرضی بین حد بالا و پایین است یعنی در فاصله بحرانی است.

۳۰- گزینه ۴

وقتی پیشینه کافی است میتوان فرضیه را جهت دار نوشت

۳۱- گزینه ۲

آماره با هدف تعیین پارامتر جامعه محاسبه می شود.